

# 拉氏變換表

原函數 $f(t)$	變換式 $F(s)$
1. $f(t)$	$\int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$
2. $e^{at} f(t)$	$F(s - a)$
3. $f(at)$	$\frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right)$
4. $f'(t)$	$sF(s) - f(0)$
5. $f''(t)$	$s^2 F(s) - sf(0) - f'(0)$
6. $f^{(n)}(t)$	$s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - sf^{(n-2)}(0) - f^{(n-1)}(0)$
7. $\int_0^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} F(s)$
8. $t^n f(t)$	$(-1)^n \frac{d^n}{ds^n} F(s)$
9. $\frac{f(t)}{t}$	$\int_s^{\infty} F(u) du$
10. $H(t - a) f(t - a)$	$e^{-as} F(s)$
11. $f(t + P) = f(t)$	$\frac{1}{1 - e^{sP}} \int_0^P e^{-st} f(t) dt$
12. $f(t) * g(t) = \int_0^t f(\tau) g(t - \tau) d\tau$	$F(s) G(s)$
13. 1	$\frac{1}{s}$
14. $t^n, n$ 為正整數	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
15. $t^\alpha, \alpha > -1$	$\frac{\Gamma(\alpha+1)}{s^{\alpha+1}}$
16. $e^{at}$	$\frac{1}{s-a}$
17. $\sin at$	$\frac{a}{s^2+a^2}$
18. $\cos at$	$\frac{s}{s^2+a^2}$
19. $e^{at} \sin bt$	$\frac{b}{(s-a)^2+b^2}$
20. $e^{at} \cos bt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2+b^2}$
21. $t^n e^{at}$	$\frac{n!}{(s-a)^{n+1}}$
22. $\sinh at$	$\frac{a}{s^2-a^2}$
23. $\cosh at$	$\frac{s}{s^2-a^2}$
24. $e^{at} \sinh bt$	$\frac{b}{(s-a)^2-b^2}$
25. $e^{at} \cosh bt$	$\frac{s-a}{(s-a)^2-b^2}$
26. $\frac{1}{2a} t \sin at$	$\frac{s}{(s^2+a^2)^2}$
27. $t \cos at$	$\frac{s^2-a^2}{(s^2+a^2)^2}$
28. $H(t - a)$	$\frac{e^{-as}}{s}$
29. $\delta(t - a)$	$e^{-as}$
30. $\delta(t)$	1
31. $\sum_{s_k \in \mathbb{C}} \text{Res}(F(s)e^{st}; s_k)$	$F(s)$